

Sybille HANDROCK-MEYER, Chemnitz

Einsatz von Maple in der Ingenieurausbildung, dargestellt am Thema Fourier-Reihen

Das für die Mathematikausbildung zur Verfügung stehende Zeitvolumen in der Ingenieurausbildung ist in den letzten zwanzig Jahren stark reduziert worden. Eine Ursache dafür ist, dass andere Wissensgebiete, wie z. B. die Informatik jetzt in den technischen Studienrichtungen einen breiten Raum einnehmen und auch einnehmen müssen. Der Übergang zu den Bachelor- und Masterstudiengängen bringt in der Regel eine weitere Verkürzung des Stundenvolumens für das Fach Mathematik mit sich. Die Forderung nach der Erhöhung der Stundenzahl für Mathematik ist zwar richtig, ihre praktische Umsetzung halte ich jedoch für unrealistisch.

Somit steht die Frage nach der inhaltlichen und didaktischen Gestaltung der Mathematikveranstaltungen im Ingenieurwesen unter den engen zeitlichen Rahmenbedingungen, genauer, was ist heute noch zu behandeln und wie?

1. Was ist wichtig in der Mathematikausbildung für Anwender?

- Mathematik muss korrekt und verständlich gelehrt werden.
Im Vordergrund stehen Formeln, Algorithmen sowie ihre Anwendungsbedingungen und nicht Herleitungen bzw. Beweise. Der mathematische Hintergrund wird in der Regel außen vor bleiben müssen. Trotzdem soll ein Zusammenhang erkennbar sein, es darf weder die Verständlichkeit noch die Korrektheit leiden.
- Ein Ingenieur soll die Mathematik anwenden.
Er muss wissen, was Mathematik ist und leisten kann. Es muss ihm klar sein, dass man Mathematik niemals bedenkenlos anwenden darf, sondern Gültigkeitsvoraussetzungen zu beachten sind. Die Kenntnis wichtiger Begriffe, die sichere Beherrschung mathematischer Methoden und numerischer Algorithmen sind unerlässlich. Außerdem soll ein Ingenieur mit wenigstens einem der modernen Computeralgebrasysteme umgehen können.

- Die Anwendung mathematischer Methoden in den Ingenieurwissenschaften geht vom Ingenieur aus.
Die mathematische Modellierung von Anwendungsproblemen muss in der Ausbildung eine wichtige Rolle spielen. Ein Ingenieur soll in der Lage sein, eine Aufgabenstellung von der Modellierung bis zur Interpretation der Lösung zu bearbeiten und das Ergebnis umzusetzen. Nicht zuletzt ist es erforderlich, dass Mathematiker und Ingenieure, die bei der Lösung komplexer Anwendungsprobleme zusammenarbeiten, zu einer gemeinsamen Sprache finden.
- Ein Ingenieur sollte von der Wichtigkeit der Mathematik überzeugt sein. Wenn wir als Lehrkräfte in der Mathematikausbildung der Ingenieure dies nicht herüberbringen, sind alle anderen Aktivitäten umsonst. In den Lehrveranstaltungen ist es erforderlich, so viel wie möglich Anwendungsbeispiele abzuhandeln, um dem angehenden Ingenieur zu zeigen, wie ihm die Mathematik bei der Lösung seiner Probleme helfen kann. Dem steht entgegen, dass die Zeit dafür nicht reicht. In der Praxis benötigen Ingenieure mathematische Modelle und Verfahren, die im Grundkurs Mathematik für Ingenieure nicht enthalten sind. Ein Ausweg ist, in die zu konzipierenden Master-Studienpläne gezielt Mathematik-Vorlesungen einzubinden, in denen Verfahren, wie z. B. die Methode der finiten Elemente behandelt werden.

So gesehen sind Mathematiklehrveranstaltungen für Ingenieure nicht einfacher als solche für Mathematikstudenten.

2. Behandlung des Themas Fourier-Reihen

Die Fourier-Reihen stellen auch in der Gegenwart ein wichtiges Kapitel in der Ingenieurausbildung dar. Der damit verbundene Rechenaufwand lässt sich jedoch heutzutage durch Anwendung moderner Computeralgebrasysteme minimieren.

In meinen Lehrveranstaltungen verwende ich das Computeralgebrasystem Maple. Den Studenten stehen vor Lehrveranstaltungsbeginn ein Vorlesungsskript sowie Maple-Programme, die sie sich von der Internetseite zur Vorlesung herunterladen können, zur Verfügung. Diese Programme berechnen die Fourier-Koeffizienten einer vorgegebenen Funktion $f(t)$ analytisch und

numerisch. Außerdem wird der Graph der n -ten Partialsumme der Fourier-Reihe zusammen mit dem Graphen von $f(t)$ in einem Koordinatensystem dargestellt. Damit lässt sich die Konvergenz von Fourier-Reihen sehr gut visualisieren. Außerdem wird noch Amplituden- und Phasenspektrum grafisch ausgegeben.

Wer möchte, kann sein Notebook mitbringen und in der Vorlesung mit den Maple-Worksheets arbeiten. Dies ist zur Zeit ein Zusatzangebot. Um Studenten ohne die entsprechenden technischen Voraussetzungen nicht zu benachteiligen, werden alle notwendigen Berechnungen im Moment auch noch auf klassische Weise ausgeführt.

Für die weitere Zukunft stelle ich mir vor, dass alle Studenten mit Notebooks bzw. leistungsfähigen programmierbaren Taschenrechnern in den Mathematikvorlesungen sitzen, um Rechenbeispiele sofort auf dem Computer nachzuvollziehen. Dies würde die Mathematikausbildung der Ingenieure sehr effektiv gestalten. Leider sind zur Zeit weder die technischen noch die finanziellen Voraussetzungen dafür erfüllt.

Zur Motivation wird als Einleitung zum Thema Fourier-Reihen ein Anwendungsbeispiel betrachtet und zwar das Schubkurbelgetriebe. Bekannt ist, dass für gewisse Werte von Kurbelradius r und Pleuellänge l die Kolbenbeschleunigung störende Oberschwingungen besitzt, für andere Werte von r und l dagegen nicht. Wie sind nun r und l technisch sinnvoll zu wählen, damit keine Oberschwingungen auftreten? Es erweist sich, dass die Frage mit Hilfe der Theorie der Fourier-Reihen beantwortet werden kann.

Anschließend wird dargelegt, wann sich ein periodischer Vorgang durch eine unendliche Reihe der Form

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t),$$

(die Fourier-Reihe), darstellen lässt und wie die Zahlen a_k ($k = 0, 1, 2, \dots$), b_k ($k = 1, 2, 3, \dots$) (die Fourier-Koeffizienten) zu bestimmen sind. Dabei stellen $\sin \omega t$, $\cos \omega t$ Grundschwingungen und $\sin k\omega t$, $\cos k\omega t$, $k = 2, 3, 4, \dots$ Oberschwingungen dar. Unter schwachen, in den Anwendungen erfüllten, Voraussetzungen gilt für die Fourier-Koeffizienten

$$\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 0 \quad \lim_{k \rightarrow \infty} b_k = 0.$$

Jeder Theorieschritt wird, falls möglich, wieder mit dem Anwendungsbeispiel verknüpft.

Für das Beispiel Schubkurbelgetriebe wird die periodische Beschleunigungsfunktion in eine Fourier-Reihe entwickelt. Mit Maple ist dies analytisch machbar, obwohl die Fourier-Koeffizienten keine elementaren Funktionen der Variablen r und l sind. Dabei gilt $b_k = b_k(r, l) = 0$ für alle $k = 1, 2, 3, \dots$

Da die Fourier-Koeffizienten Nullfolgen bilden, treten keine Oberschwingungen auf, wenn der Betrag $|a_2(r, l)|$ des Koeffizienten $a_2(r, l)$ minimal wird. Die Fläche $|a_2(r, l)|$ lässt sich mit Maple grafisch darstellen. Mathematisch führt das Problem auf die Bestimmung der Extremwerte der Funktion $|a_2(r, l)|$. Damit haben die Studenten stets den Zusammenhang zwischen einer mathematischen Theorie und ihrer Anwendung auf ein spezielles Problem ihres Fachgebietes vor Augen. Falls sie mit einem anderen Computeralgebrasystem arbeiten wollen, können sie die vorgegebenen Programme selbständig modifizieren.

Literatur

- [1] Michael Fröhner, Günter Windisch: Elementare Fourier-Reihen, EAGLE 018, Edition am Gutenbergplatz, Leipzig, 2004.
- [2] Sybille Handrock-Meyer: Internetseite <http://www.tu-chemnitz.de/~syha/lehre/mbIV>.